

סהב	3	2	1

מבחן מועד א' במודלים חישוביים, סמסטר ב' תשע"ב (2012)

בית הספר למדעי המחשב, אוניברסיטת תל-אביב

מרצים: פרופ' ישי מנצור, ד"ר יפתח הייטנר

מתרגלים: מריאנו שיין, אורי להב

15/07/12

הוראות

1. מומלץ לקרא את כל ההנחיות והשאלות בתחילת המבחן, לפני תחילת כתיבת התשובות.
2. משך הבחינה – שלוש שעות. לא תינתן כל הארכה נוספת.
3. חומר עזר מותר: שני דפי פוליו (דו צדדיים) בלבד עם שם התלמיד/ה.
4. **יש לענות על השאלות הסגורות בטופס התשובות ועל השאלות הפתוחות במקום המיועד לכך בטופס השאלון (טופס זה).** מחברות הבחינה לא ייקראו, וישמשו כטיטה בלבד.
5. יש למלא בכל דף של השאלון מספר ת.ז. ומספר מחברת.
יש למלא בטופס התשובות שם, מספר ת.ז. ומספר גרסה.
6. במבחן 10 שאלות סגורות ו-2 שאלות פתוחות.
א. בנוגע לשאלות הסגורות:
- הניקוד לכל שאלה הינו 6 נקודות. תשובה שגויה לא תזכה לנקודות.
- לכל שאלה יש לסמן תשובה אחת בטופס התשובות המצורף.
- יש לזכור למלא שם, ת.ז. ומספר גרסה בטופס התשובות המצורף.
ב. בנוגע לשאלות הפתוחות:
- הניקוד לכל שאלה הינו 20 נקודות.
- יש לענות על השאלות במקום המיועד לכך בטופס השאלון.
- יש לענות תשובות ברורות ענייניות ותמציתיות.
7. מותר להשתמש בכל טענה שהוכחה בכיתה (בהרצאה, בתרגול, או בתרגיל בית) בתנאי שמצטטים אותה במדויק. טענות אחרות (כאלה שהוכחו בספר, בהרצאות מהסמסטר הקודם, וכו') יש להוכיח.

בהצלחה!

מספר הגרסה שלך הוא: 1

סמן זאת כרגע בטופס התשובות!

חלק א: שאלות סגורות

שאלה 1

תהא L שפה מעל $\{0,1\}$ ו- h הומומורפיזם מ- $\{0,1\}$ אל $\{a,b,c,d\}^*$.
נגדיר: $L_1 = h^{-1}(h(L))$.

טענה א: $L \subseteq L_1$

טענה ב: $L_1 \subseteq L$

- טענה א תמיד נכונה וטענה ב לפעמים שגויה.
- טענה ב תמיד נכונה וטענה א לפעמים שגויה.
- טענה א תמיד נכונה וטענה ב תמיד נכונה.
- טענה א לפעמים שגויה וטענה ב לפעמים שגויה.

שאלה 2

טענה א: לכל שפה L : אם L^* רגולרית, אז L רגולרית.
טענה ב: לכל שפה L : אם L^* כריעה, אז L כריעה.

- טענה א נכונה וטענה ב שגויה.
- טענה ב נכונה וטענה א שגויה.
- טענה א נכונה וטענה ב נכונה.
- טענה א שגויה וטענה ב שגויה.

שאלה 3

בשאלה זו הנח ש- $P \neq NP$.
תהי A שפת NP-hard ו B שפה ב NP.
נניח שקיימת רדוקציה מיפוי פולינומיאלית מ A ל B .

טענה א: A היא בהכרח NP-complete.

טענה ב: B היא בהכרח NP-complete.

- טענה א נכונה וטענה ב שגויה.
- טענה ב נכונה וטענה א שגויה.
- טענה א נכונה וטענה ב נכונה.
- טענה א שגויה וטענה ב שגויה.

שאלה 4

השפה L מתקבלת מדקדוק חסר הקשר עם משתנים $\{B,A,S\}$, משתנה התחלתי S , וחוקי הגזירה הבאים:

$$S \rightarrow AS \mid SB \mid \varepsilon$$

$$A \rightarrow 0A \mid \varepsilon$$

$$B \rightarrow 1B \mid \varepsilon$$

השפה הרגולרית R מתקבלת מהביטוי הרגולרי $(00^* \cup \varepsilon) 1^*$.

- א. L מוכלת ממש ב R .
- ב. R מוכלת ממש ב L .
- ג. $R=L$.
- ד. טענות א, ב ו-ג אינן נכונות.

שאלה 5

$$\{ \langle M \rangle \mid M \text{ is a TM such that in the computation of } M(\varepsilon) \text{ the head moves left at most 2012 times} \}$$

(הערה: ניסיון תנועה שמאלה כאשר הראש נמצא בקצה השמאלי של הסרט נחשב כתנועה שמאלה.)

לאיזו מחלקה שייכת שפה זו ?

- א. R .
- ב. $RE \setminus R$.
- ג. $coRE \setminus R$.
- ד. תשובות א', ב', ג' אינן נכונות.

שאלה 6

$$REPEATS - STATE = \{ \langle M, w \rangle \mid M \text{ is a TM that visits some state more than once in processing input } w \}$$

לאיזו מחלקה שייכת שפה זו ?

- א. R .
- ב. $RE \setminus R$.
- ג. $coRE \setminus R$.
- ד. תשובות א', ב', ג' אינן נכונות.

שאלה 7

המחלקה PD היא קבוצת כל השפות עבורן קיים פולינום p ומ"ט אי-דטרמיניסטית M כך ש-

1. לכל w בשפה, קיימת ריצה של M על w שעוצרת תוך לכל היותר $p(|w|)$ צעדים.
2. לכל w שאינו בשפה, כל ריצה של M על w לא עוצרת.

- א. $PD=R$.
- ב. $PD=NP$.
- ג. $PD=P$.
- ד. תשובות א', ב', ג' אינן נכונות.

שאלה 8

מ"ט משוכללת מוגדרת בדיוק כמו מ"ט רגילה רק שכל צעד מתבצע בהתאם לתוכן הסרט החל מהקצה השמאלי ועד למיקום הראש בסרט (פונקציות המעברים במקרה זה שייכת ל $\{L,R\}$ $Q \times \Gamma^* \rightarrow Q \times \Gamma \times \{L,R\}$).

- א. לכל שפה L קיימת מ"ט שמכריעה את L אם"ם קיימת מ"ט משוכללת שמכריעה את L .
- ב. לכל שפה L קיימת מ"ט שמכריעה את L בזמן פולינומיאלי אם"ם קיימת מ"ט משוכללת שמכריעה את L בזמן פולינומיאלי (פולינומיאלי באורך הקלט).
- ג. התשובות א ו-ב נכונות.
- ד. התשובות א ו-ב אינן נכונות.

שאלה 9

אוטומט IFA מוגדר בדיוק כמו DFA, למעט השינוי הבא:

- מילה w מתקבלת ע"י IFA אם ורק אם ריצת A על w עוברת במצב מקבל.

נסמן ב-IREG את קבוצת על השפות שניתנות לזיהוי ע"י IFA.

- א. IREG סגורה תחת משלים.
- ב. IREG סגורה תחת איחוד.
- ג. IREG סגורה תחת Reverse.
- ד. התשובות א', ב', ג' כוללות יותר מתשובה אחת נכונה.

שאלה 10

ניזכר כי $DTIME(t(n))$ היא קבוצת כל השפות הניתנות להכרעה ע"י מ"ט דטרמיניסטית (חד סרטית) הרצה בזמן $O(t(n))$.

נגדיר $3DTIME(t(n))$ כקבוצת כל השפות הניתנות להכרעה ע"י מ"ט דטרמיניסטית תלת-סרטית הרצה בזמן $O(t(n))$.

טענה א: $3DTIME(n^2)$ מכילה ממש את $DTIME(n^2 / \log n)$.
טענה ב: $3DTIME(n^c) \cup_{c>0} DTIME(2^n)$ מכילה את $DTIME(2^n)$.

- א. טענה א נכונה וטענה ב שגויה.
- ב. טענה ב נכונה וטענה א שגויה.
- ג. טענה א נכונה וטענה ב נכונה.
- ד. טענה א שגויה וטענה ב שגויה.

חלק ב: שאלות פתוחות

שאלה 1

בעיית הכרעה SET-SPLIT היא הבעיה הבאה:

קלט: קבוצה M ו- n תת קבוצות שלה A_1, \dots, A_n
שאלה: האם אפשר לחלק את M לשתי קבוצות S_1 ו- S_2 (כלומר: S_1 ו- S_2 זרות ולא ריקות ו- $S_1 \cup S_2 = M$) כך שלכל $1 \leq i \leq n$: $A_i \not\subseteq S_1$ ו- $A_i \not\subseteq S_2$?

היזכרו בבעיית 4NAE (ראינו בתרגול שבעייה זו שייכת ל-NPC).

קלט: נוסחא A בצורת 4CNF
שאלה: האם יש השמה שעבורה בכל פסוקית (clause) של A יש לפחות ליטרל אחד שמקבל T וליטרל אחד שמקבל F ?
(הערה: ליטרל יכול להופיע יותר מפעם אחת בפסוקית)

כדי להוכיח ש-SPLIT-SET היא NP-hard, הוצעה רדוקציה המיפוי הפולינומיאלית הבאה:

הרדוקציה מקבלת נוסחת 4CNF A ומחזירה:
 M – כל המשתנים שמופיעים ב- A ושילתם
לכל פסוקית של A מהצורה $a \vee b \vee c \vee d$, (הם ליטרלים), הרדוקציה בונה קבוצה $A_i = \{a, b, c, d\}$
(n הוא מספר הפסוקיות ב- A)

א. הצג דוגמא שמוכיחה שהרדוקציה לא נכונה.

תשובה:

תעודת זהות:

מספר מחברת:

ב. הצע תיקון לרדוקציה והוכח נכונות בקצרה.

תשובה:

תעודת זהות:

מספר מחברת:

שאלה 2

א. נתונה השפה $L_1 = \{ \langle M \rangle \mid M \text{ is a TM and } L(M) \subseteq L(1(1U0)^*) \}$

לאיזה מחלקה שייכת השפה?

- א. R.
- ב. $RE \setminus R$.
- ג. $coRE \setminus R$.
- ד. תשובות א', ב', ג' אינן נכונות.

הוכחה:

תעודת זהות:

מספר מחברת:

ב. נתונה השפה $L_2 = \{ \langle M \rangle \mid M \text{ is a TM and } L(M) = L(1(1U0)^*) \}$

לאיזה מחלקה שייכת השפה?

- א. R.
- ב. $RE \setminus R$
- ג. $coRE \setminus R$
- ד. תשובות א', ב', ג' אינן נכונות.

הוכחה: